

ZADANIA

1. Korzystając z tabeli wartości funkcji trygonometrycznych, sprawdź, czy prawdziwa jest podana nierówność.

a) $\sin 160^\circ + \cos 130^\circ < 0$ b) $\sin 105^\circ + \cos 145^\circ > 0$

2. Korzystając z podanych obok informacji, oblicz:

$\sin \alpha = \frac{1}{3}$

a) $\sin(180^\circ - \alpha) + \cos(180^\circ - \beta)$,

$\operatorname{tg} \gamma = \frac{5}{6}$

b) $2 \sin(180^\circ - \alpha) - \cos(180^\circ - \beta) + \operatorname{tg}(180^\circ - \gamma)$.

$\cos \beta = \frac{2}{3}$

3. Korzystając z tabeli wartości funkcji trygonometrycznych, wyznacz przybliżoną miarę kąta rozwartego β .

a) $\sin \beta = 0,9397$

c) $\cos \beta = -0,9613$

e) $\operatorname{tg} \beta = -0,7265$

b) $\sin \beta = 0,4695$

d) $\cos \beta = -0,4226$

f) $\operatorname{tg} \beta = -2,9042$

4. Przerysuj poniższą tabelę do zeszytu i ją uzupełnij.

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\times$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

5. Oblicz.

a) $\sin 120^\circ + \sin 60^\circ$

c) $\sin 135^\circ \cdot \sin 150^\circ$

e) $4 \cos 150^\circ - 3 \operatorname{tg} 135^\circ$

b) $\cos 150^\circ - \cos 30^\circ$

d) $\cos 120^\circ \cdot \cos 150^\circ$

f) $8 \operatorname{tg} 120^\circ + 6 \operatorname{tg} 150^\circ$

6. Oblicz.

a) $\frac{\sin 120^\circ - \cos 150^\circ}{3 \operatorname{tg} 150^\circ}$

b) $\frac{\operatorname{tg} 150^\circ - \operatorname{tg} 120^\circ}{\sin 120^\circ}$

c) $\frac{\cos 135^\circ + \cos 150^\circ}{\sin 120^\circ + \sin 135^\circ}$

II.

1. Wyznacz miarę kąta, który dana prosta tworzy z osią OX .

a) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

b) $y = \sqrt{3}x$

c) $y = -\sqrt{3}x$

d) $y + x = 0$

2. Wyznacz przybliżoną miarę kąta, który dana prosta tworzy z osią OX .

a) $y = 19x$

b) $y = -\frac{2}{5}x$

c) $10y - 3x = 0$

d) $10y + x = 0$

1. Uzasadnij, że dla dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$ spełniony jest warunek:
 - a) $0 \leq \sin \alpha \leq 1$,
 - b) $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$.
2. Uzasadnij, że nie istnieje kąt $\alpha \in \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle$ spełniający równanie:
 - a) $5 - \frac{2}{3} \sin \alpha = 3$,
 - c) $\sqrt{5} \sin \alpha = 5 - \sqrt{5}$,
 - b) $\frac{1}{3} \cos \alpha + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cos \alpha$,
 - d) $3 \cos \alpha + 6 = \sqrt{3}$.
3. Oblicz.
 - a) $\sin 30^\circ (\cos 0^\circ - 2 \cos 135^\circ)$
 - e) $\cos 135^\circ \cdot \sin 90^\circ - \sin 135^\circ \cdot \cos 90^\circ$
 - b) $(\cos 30^\circ + \cos 150^\circ) \cdot \operatorname{tg} 75^\circ$
 - f) $\sin 15^\circ \cdot (\operatorname{tg} 135^\circ + 1)$
 - c) $\frac{\sin 150^\circ - 2 \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ}$
 - g) $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\sin 30^\circ - \cos 150^\circ}$
 - d) $\frac{\sin 45^\circ + \cos 150^\circ}{\operatorname{tg} 45^\circ}$
 - h) $\frac{\operatorname{tg} 120^\circ + \operatorname{tg} 150^\circ}{\sin 60^\circ}$
4. Uzasadnij, że podane wyrażenie przyjmuje wartość 1.
 - a) $\sin^2 37^\circ + \sin^2 53^\circ$
 - c) $\sin 20^\circ \cdot \cos 70^\circ + \cos^2 20^\circ$
 - b) $\sin^2 18^\circ + \sin^2 72^\circ$
 - d) $\sin^2 26^\circ + \sin 64^\circ \cdot \cos 26^\circ$

Wskazówka. Skorzystaj z zależności $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$.
5. Narysuj w układzie współrzędnych kąt α , do którego ramienia końcowego należy punkt P . Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta.
 - a) $P(1, 4)$
 - b) $P(-1, 4)$
 - c) $P(-3, 2)$
 - d) $P(-2, 3)$
6. Współrzędne punktu $P(x, y)$, który leży na ramieniu końcowym kąta α , spełniają podane niżej warunki. Wyznacz współrzędne punktu P oraz oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta α .
 - a) $x = -2, y = 3 - x$
 - c) $x = y + 3, y = -x + 6$
 - b) $x = \frac{1}{3}y, y = x + 4$
 - d) $x^2 + 9 = 6x, 4y^2 - 4y + 1 = 0$
7. Dany jest trójkąt o kątach: α, β i γ . Korzystając z tablic, oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta γ .
 - a) $\alpha = 17^\circ, \beta = 30^\circ$
 - b) $\alpha = 28^\circ, \beta = 45^\circ$
8. Kąty α i β spełniają warunki: $\alpha < \beta$ i $\alpha + \beta = 180^\circ$. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta β , jeśli:
 - a) $\sin \alpha = \frac{1}{4}$,
 - b) $\cos \alpha = \frac{12}{13}$,
 - c) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$.

Zadanie 1 (2 pkt)

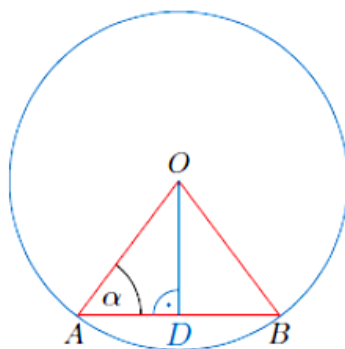
Oblicz cosinus kąta ostrego, jeśli kwadrat odwrotności sinusa tego kąta jest równy 5.

Zadanie 2 (2 pkt)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych $\sqrt{2}$ i $2\sqrt{2}$ oraz kątach ostrych α i β . Oblicz $\sin \alpha \cdot \sin \beta$.

Zadanie 3 (2 pkt)

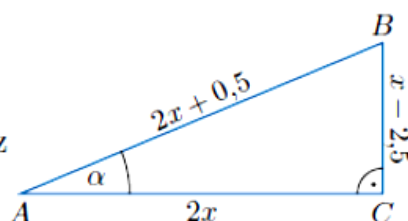
Dany jest okrąg o środku O i promieniu 6 (rysunek obok). Oblicz długość cięciwy AB , jeśli $\sin \alpha = 0,8$.

**Zadanie 4 (2 pkt)**

Uzasadnij, że dla dowolnego kąta $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ) \cup (90^\circ; 180^\circ)$ prawdziwa jest równość $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1$.

Zadania z rozszerzoną odpowiedzią**Zadanie 5 (4 pkt)**

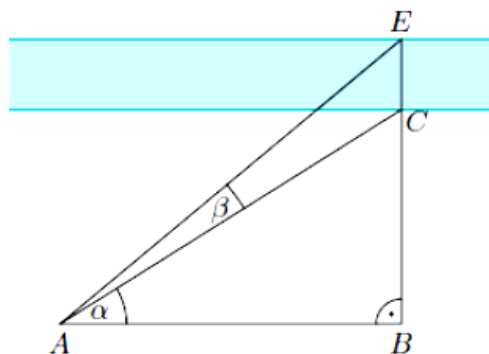
Oblicz obwód trójkąta ABC (rysunek obok) oraz wartości funkcji trygonometrycznych kąta α .

**Zadanie 6 (4 pkt)**

Długości boków trójkąta prostokątnego o kątach ostrych α i β są kolejnymi liczbami parzystymi. Oblicz wartość wyrażenia $(\sin \alpha + \sin \beta)^2$.

Zadanie 7 (4 pkt)

Dany jest trapez o podstawach długości 4 cm i $(7 + 3\sqrt{3})$ cm oraz wysokości 3 cm. Jego kąty ostre przylegają do dłuższej podstawy, a jeden z nich ma miarę równą 45° . Oblicz iloczyn cosinusów kątów rozwartych tego trapezu.

**Zadanie 8 (4 pkt)**

W celu obliczenia szerokości rzeki (długość odcinka CE na rysunku obok) dokonano pomiarów w terenie: $\alpha = 32^\circ$, $\beta = 8^\circ$, $|AC| = 120$ m. Oblicz szerokość rzeki z dokładnością do 1 m.